

Pythagoras von Samos

Geboren um 570 v. Chr. in Samos

Gestorben vermutlich um 509 v. Chr. in Metapont



Skulptur am Portail
Royal der Kathedrale
von Chartres (XII. Jh.),
welche vermutlich
Pythagoras darstellt

Kapitel 1

Geschichte und Bedeutung des Theorems

Pythagoras von Samos

Wohl keiner der alten Mathematiker ist legendenumwobener als Pythagoras von *Samos*. Sowohl sein Geburts-, als auch sein Sterbedatum sind nicht sichergestellt. Man darf aber annehmen, dass Pythagoras um 570 v. Chr. als Sohn eines Händlers auf Samos geboren wurde.

Es wird vermutet, dass Pythagoras seine mathematischen Kenntnisse während Reisen nach Ägypten und Babylon erworben hat. Die Ägypter waren damals den Griechen kulturell überlegen, und so war es geradezu Mode geworden, das Land der Pharaonen zum Zweck der Weiterbildung zu besuchen. Nach dem Mathematikerverzeichnis des Proklos hat schon Thales von Milet (ca. 624–548/545 v. Chr.) die Geometrie in Ägypten erlernt und nach Griechenland verpflanzt. Es besteht die Legende, dass Pythagoras bei der Eroberung Ägyptens durch die Perser unter Kambyses mit einer ganzen Schar von Gebildeten nach Babylon verschleppt wurde – eine Methode, welche damals häufig angewendet wurde, um die eigene Elite zu verstärken. Dort konnte er seine Kenntnisse noch bedeutend erweitern, denn die babylonischen Mathematiker waren bereits in abstrakte Bereiche der Mathematik vorgedrungen, von welchen die Ägypter noch nichts wissen konnten. Babylon war zu jener Zeit ein Sammelsurium von Kulturen, welche sich dort begegneten und sich gegenseitig befruchteten. So mag es sein, dass Pythagoras in Babylon auf den später nach ihm benannten Satz gestossen ist. Pythagoras hat nichts Schriftliches hinterlassen und deshalb weiss man nicht, ob und wie er „seinen Satz“ bewies. Die ersten überlieferten Beweise finden sich bei Euklid.

Nach seiner Rückkehr aus Ägypten und Babylonien nach Samos fand er seine Heimat von den Persern besetzt und wanderte 529 v. Chr. nach Kroton in Süditalien aus. Dort gründete Pythagoras seine Schule, deren Mitglieder auf eine von ihm vorgeschriebene Lebensweise verpflichtet wurden. Die Pythagoreer, wie sie genannt wurden, zogen sich – aus welchen Gründen auch immer – die Feindseligkeit der Bevölkerung zu, so dass es zu Ausschreitungen gegen die Schule kam.

Über den Tod des Pythagoras ist sich die Geschichtsschreibung nicht einig. Einerseits wird behauptet, dass Pythagoras mit seinen Anhängern nach diesen Krawallen nach Metapont gegangen und dort 509 n. Chr. gestorben sei. Andererseits berichtet Jamblichos, dass die Feinde der Pythagoreer das Haus anzündeten, in welchem diese eine Versammlung abhielten. Alle bis auf zwei sollen den Tod gefunden haben, darunter auch Pythagoras ([Ge], S. 253).

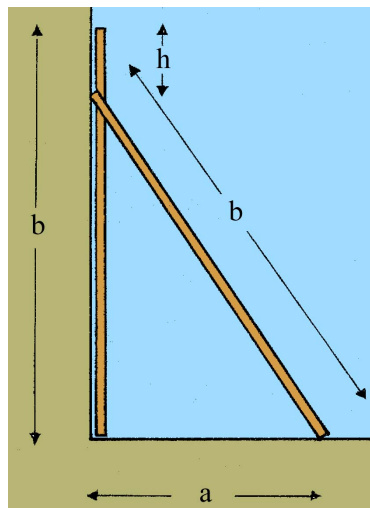
Die Ansicht, dass Pythagoras oder die Pythagoreer die Entdecker des nach ihm benannten Satzes waren, hielt sich über zwei Jahrtausende. Erst die Entzifferung der babylonischen Keilschrift und das intensive Studium einer riesigen Anzahl von Tontafeln förderten eine grosse Überraschung zutage.

Babylonischer Text BM 85196

Nach heutigem Wissensstand findet sich das erste gesicherte Auftreten des pythagoreischen Lehrsatzes im babylonischen Text 85196 aus der Zeit des Hammurapi (ca. 1700 v. Chr.).

Im altbabylonischen Text BM 85196 wird die folgende Aufgabe gestellt:

Ein palu (Balken?), 0;30 lang (steht angelehnt). Oben ist er um 0;6 herabgekommen. Von unten (wie weit hat er sich entfernt?)¹.



Figur 1: Illustration zur Aufgabe im babylonischen Text 85196

Im Text wird die Kathete a mit $a = \sqrt{b^2 - (b - h)^2}$ berechnet. Die Sache ist damit völlig klar: Um 1700 v. Chr. war den Babyloniern der *Satz von Pythagoras* bekannt. Van der Waerden ([vdW], S.155) zitiert Jamblichos, welcher übermittelt, dass Pythagoras sein Theorem in Babylon kennen gelernt haben muss. Interessant in diesem Zusammenhang ist, dass in den zahlreichen, von den Babyloniern überlieferten mathematischen Texten keine Beweise aufgezeichnet sind, sondern nur die fertigen Produkte zum Gebrauch angeboten wurden. Die Idee, dass ein mathematisches Theorem bewiesen werden sollte, entwickelte sich vermutlich erst bei den Griechen; möglicherweise hat Pythagoras Entscheidendes dazu beigetragen. Die babylonische Tontafel aber beweist ganz offensichtlich, dass der Satz von Pythagoras über tausend Jahre vor der Geburt seines Namensgebers bekannt war. Doch nicht genug: Eine weitere babylonische Tontafel aus der Zeit Hammurapis deutet darauf hin, dass damals auch schon eine Methode zur Ermittlung rechtwinkliger Dreiecke mit ganzzahligen Seitenlängen bekannt war. Vor der Entdeckung dieser Tafel war die Methode dem alexandrinischen Zahlentheoretiker Diophant zugeschrieben worden. (Diophant lebte um 250 n.Chr.)

¹ Die Zahlenangaben beziehen sich auf das babylonische Hexagesimalsystem (eine Kombination von Positions- und Additionssystem mit der Basis 60).

Babylonischer Text Plimpton 322

Wer sich mit dem Satz von Pythagoras befasst, kommt nicht darum herum, den altbabylonischen Text *Plimpton 322* zu beachten (vgl. Fig. 2). Die Archäologen Neugebauer und Sachs haben diese Tontafel entdeckt und 1954 in ihren *Mathematical Cuneiform Texts* [NS] publiziert.

Der Text enthält eine Anzahl von zum Teil mehrstelligen pythagoreischen Zahlentripeln. Ein Tripel (a, b, c) von natürlichen Zahlen heisst *pythagoreisch*, falls die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ erfüllt ist. Nach der Anordnung auf der Tontafel darf man davon ausgehen, dass schon damals die Formeln zur Erzeugung solcher Tripel bekannt waren. In heutiger Schreibweise lauten sie:

$$a = m^2 - n^2, \quad b = 2mn, \quad c = m^2 + n^2$$

Das Zahlentripel (a, b, c) ist für je zwei natürliche Zahlen m, n pythagoreisch. Diese drei Gleichungen werden in der Folge die *babylonischen Formeln* genannt. Im Kapitel 2 werden diese Formeln diskutiert. Insbesondere werden wir mit elementaren Mitteln beweisen, dass jedes primitive² pythagoreische Zahlentripel von der angegebenen Form ist. Auch in den späteren Kapiteln werden die babylonischen Formeln immer wieder in Erscheinung treten.



Figur 2: Babylonischer Text Plimpton 322 mit pythagoreischen Zahlentripeln

Im Gegensatz zu den zahlreichen babylonischen Tontafeln mit mathematischen Texten, sind deren ägyptische Verwandte, die mathematischen Papyri äusserst selten. Richtig bekannt geworden sind eigentlich nur deren drei: Der *Berliner Papyrus*, der *Moskauer Papyrus* und der *Papyrus Rhind* im Britischen Museum in London.

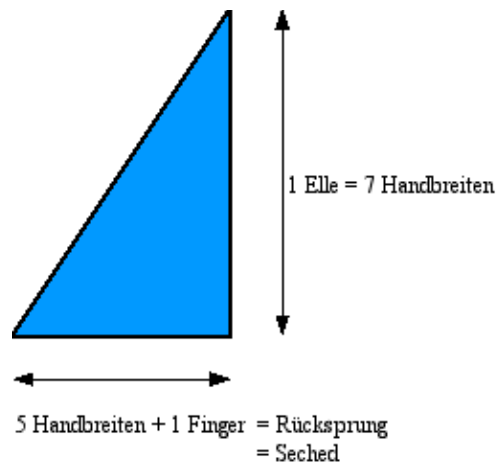
Die ägyptischen Grossbauten

Dass im berühmtesten mathematischen Papyrus der alten Ägypter, dem *Papyrus Rhind* (nach 1800 v.Chr.) kein Hinweis auf den Satz des Pythagoras zu finden sei, ist nur bedingt richtig. Die Aufgabe Nr. 56 des Papyrus weist nämlich als Resultat ein Profildreieck auf, dessen Seiten sich wie 3:4:5 verhalten. Die Erbauer der Pyramiden kennzeichneten ihre Profildreiecke durch den *Rücksprung* auf die Höhe einer Elle. Der Rücksprung ist nichts anderes als der Kehrwert der Steigung der betreffenden Pyramidenseite. Diesen Rücksprung

² Ein pythagoreisches Zahlentripel (a, b, c) heisst *primitiv*, falls a, b, c teilerfremd sind.

nannten die Erbauer *Seched*. Eine ägyptische Elle beträgt ca. 52.35 cm; sie beinhaltet 7 Handbreiten, und eine Handbreite beinhaltet 4 Finger. Gaben sie also als Seched z. B. 5 Handbreiten + 1 Finger an, so bedeutete dies 5.25 Handbreiten Rücksprung auf eine Höhe von einer Elle (vgl. Figur 3). Da eine Elle 7 Handbreiten umfasst, ist somit das Profildreieck ähnlich zum rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten 3 und 4; denn $5.25:7 = 3:4$. Übrigens entspricht diese Angabe in unserem heutigen Verständnis dem Cotangens des Böschungswinkels.

Borchardt [Bo] hat in seinen Untersuchungen festgestellt, dass der Chephrenpyramide bei Gizeh genau dieser Seched von 5.25 zugrunde gelegt wurde. Das zugehörige Profildreieck hat also die Seitenproportion 3:4:5. Aus diesem Grund werden Dreiecke mit dieser Seitenproportion gerne *ägyptische Dreiecke* genannt.

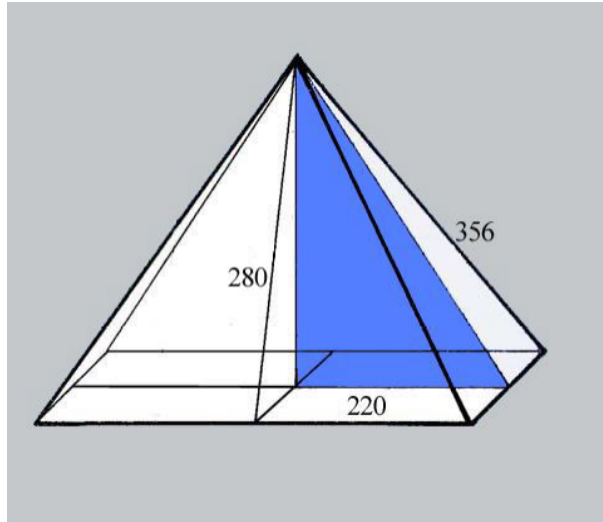


Figur 3: Profildreieck mit dem Seched 5.25 gemäss Aufgabe 56 aus dem Papyrus Rhind

Im so genannten Berliner Papyrus von ca. 1900 v. Chr. sind die Zahlentripel (6, 8, 10) und (12, 16, 20) aufgeführt, welche vom primitiven Tripel (3, 4, 5) abstammen. Andere Zahlentripel wurden nicht gefunden. Deshalb ist es unwahrscheinlich, dass das abstrakte Theorem den Ägyptern um jene Zeit schon bekannt war. Die bei den Ägyptern fehlenden Hinweise auf die mit den Tripeln verbundene Rechtwinkligkeit mögen damit zusammenhängen, dass bei den grossen sakralen Bauten der Ägypter rechte Winkel eine Selbstverständlichkeit waren. Die Abweichungen z.B. bei den grossen Pyramiden in Gizeh sind derart marginal, dass bessere Resultate nur mit modernen Instrumenten erreicht werden können. Solche Präzision, und das wiederholte Auftreten des Dreiecks mit 3:4:5 lässt den Schluss zu, dass auch die ägyptischen Harpedonapten (Seilspanner) dieses Dreieck zur Anlegung der Grundrisse ihrer Bauten und zur Neuvermessung der Felder nach der Nilüberschwemmung verwendet haben. Ob die Ägypter den Seilring mit zwölf in regelmässigen Abständen angeordneten Knoten (vgl. Figur 8) gekannt haben, ist nicht erwiesen. Wie bei den Babyloniern waren die Texte reine Gebrauchsanweisungen, welche meist mit Aufgaben angereichert wurden.

Die Cheopspyramide bei Gizeh, das erste der antiken Weltwunder, hat von jeher bis in die heutige Zeit hinein Anlass zu Kontroversen sowohl über ihren Zweck als auch über ihre Konstruktion und ihre Geometrie gegeben. W. M. F. Petrie, der englische Ägyptologe und eigentliche Begründer der modernen Archäologie hat gegen Ende des 19. Jhs. das Profildreieck der Cheopspyramide mit den ganzzahligen Katheten 220 und 280 ägyptische Ellen (1 Elle = 52.25 cm) festgelegt, weil er der Überzeugung war, dass die Ägypter mit

ganzzahligen Ellenmassen operierten (vgl. Figur 4). Die Hypotenuse gibt Petrie mit 356 Ellen³ an. In gekürzter Form ist das Verhältnis der kleinen Kathete zur Hypotenuse gleich 55:89. Diese Zahlen sind zwei aufeinander folgende Glieder der berühmten Fibonacci-Folge. (In Kapitel 12 befassen wir uns mit Folgen von pythagoreischen Zahlentripeln. Dort werden wir auch auf die Fibonacci-Folge eingehen.) Übrigens weicht das Verhältnis 55:89 vom Verhältnis Minor zu Major in der Proportion des *goldenen Schnittes*⁴ um weniger als 10^{-4} ab.



Figur 4: Schematische Darstellung der Cheopspyramide mit Profildreieck

Dass der Satz von Pythagoras ein *Archetyp* im Sinne von C. G. Jung sein könnte, ist nicht ohne weiteres von der Hand zu weisen⁵. Unvermittelt können Hinweise auf den Satz zur gleichen Zeit an Orten auftreten, welche mit hoher Wahrscheinlichkeit keine Verbindung hatten. Ein solches Beispiel führt uns ins alte China.

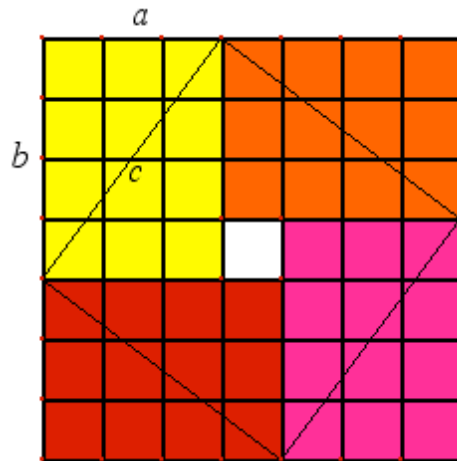
Die chinesische Figur

Der Mathematikhistoriker Gericke ([Ge], S. 178) zeigt eine Figur, welche aus China (vermutlich aus dem 2. Jh. v. Chr.) stammt. Nach anderen Quellen (z.B. [Ca]) könnte aber dieselbe Figur in China schon viel früher (12. Jh. v. Chr.) bekannt gewesen sein. Gezeigt wird ein Quadrat, welches in 7 mal 7 kongruente kleine Quadrate aufgeteilt ist. Dabei sind die vier aus drei mal vier kleinen Quadraten bestehenden Rechtecke herausgehoben. In der Mitte bleibt das letzte (49.) kleine Quadrat übrig (vgl. Figur 5). Im Original sind nach Gericke die Diagonalen der Rechtecke nicht hervorgehoben. Diese Figur enthält den Kern eines Beweises für das Theorem $a^2 + b^2 = c^2$.

³ Berechnet man die Hypotenuse nach Pythagoras, so ergibt sich eine Abweichung von ca. 0.09 Ellen. Die Hypotenuse kann nicht auch noch ganzzahlig sein, denn (220, 280, 356) ist kein pythagoreisches Zahlentripel.

⁴ Eine Strecke wird im *goldenen Schnitt* geteilt, falls sich die ganze Strecke zur grösseren Teilstrecke (Major) gleich verhält wie die grössere zur kleineren Teilstrecke (Minor).

⁵ Es würde zu weit führen, hier den Begriff des Archetyps zu definieren. Für eine verständliche Erklärung sei auf C. G. Jungs Autobiographie *Erinnerungen – Gedanken – Träume* verwiesen.



Figur 5: Chinesische „Pythagoras-Figur“ (leicht abgeändert) aus dem 2. Jh. v. Chr.

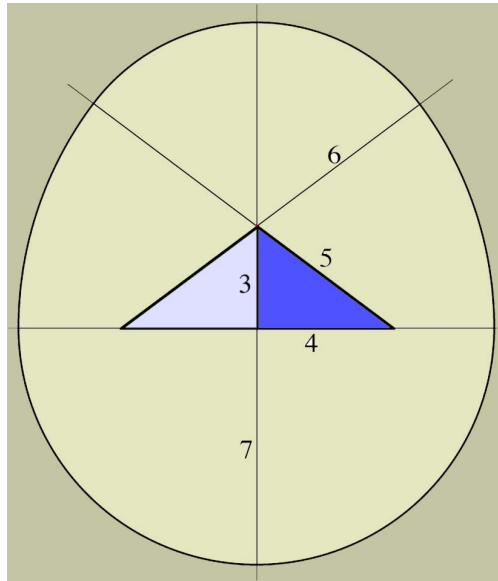
Der Flächeninhalt des schief liegenden Quadrates (c^2) ist gleich dem vierfachen Inhalt eines der angrenzenden rechtwinkligen Dreiecke mit Katheten a , b , vermehrt um das zentrale Quadrat mit der Seitenlänge $b - a$:

$$c^2 = 4 \frac{ab}{2} + (b - a)^2 = 2ab + b^2 - 2ab + a^2 = a^2 + b^2$$

Aber auch Europa kann mit einem Beispiel aufwarten, welches vermuten lässt, dass zumindest das ägyptische Dreiecke im Norden Europas (und wahrscheinlich auch anderswo) noch einmal ein paar hundert Jahre vor Hammurapi bekannt war und für die Vermessung von Sakralbauten verwendet wurde.

Die megalithischen Steinringe

Im Jahr 1967 veröffentlichte der englische Ingenieur Alexander Thom eine ganze Serie von sehr sorgfältigen Grundrissaufnahmen megalithischer Steinkreise und Steinringe, darunter den Steinring *Druid Temple* in der Nähe von Inverness ([Th, S. 69]). Gemäss Thoms Modell des präzise gebauten Steinrings (Figur 6) verwendeten die Erbauer als Konstruktionsgrundlage das ägyptische Dreieck!



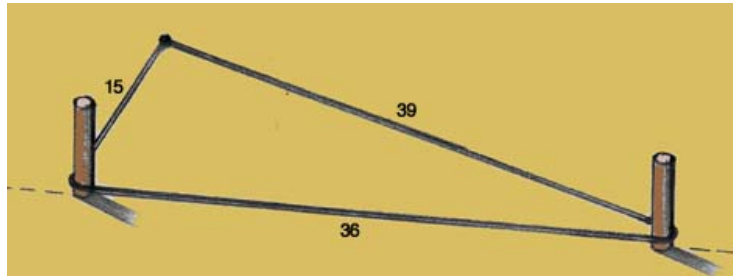
Figur 6: Thoms Modell für den Druid Temple bei Inverness

Von den ca. 600 von A. Thom vermessenen megalithischen Anlagen sind noch längst nicht alle ausgewertet und auf ihre Konstruktionsdetails untersucht worden. Mit weiteren Überraschungen kann hier bestimmt gerechnet werden. Dabei gilt es zu bedenken, dass diese Bauwerke ca. um 2000 v. Chr. erstellt wurden. Die Problematik, welche diese Interpretationen mit sich bringen, wird im Kapitel 8 des vorliegenden Buches behandelt.

Über indische Mathematik um die Zeit der alten Babylonier gibt es keine schriftlichen Zeugnisse. Die meisten mathematikhistorischen Betrachtungen befassen sich mit der Zeit nach 516 v. Chr., als Darius I. das Indusbecken eroberte.

„Seiltricks“

Moritz Cantor [Ca, Band 1, S. 637] beschreibt eine Methode, mit welcher die Inder die rechten Winkel ihrer Altäre konstruierten. Zunächst legten sie eine Linie fest, welche genau Ost-West verlief und welche sie Prâcî nannten. Auf dieser Linie steckten sie eine Strecke von 36 Padas (indische Längeneinheit) ab. An den Endpunkten dieser Strecke wurde je ein Pflock in den Boden eingeschlagen. An diesen Pflöcken befestigte man die Enden eines Seils von 54 Padas Länge, in welches zuvor, 15 Padas von einem Ende entfernt ein Knoten geschlagen wurde. Spannt man nun das Seil und hält den Knoten fest, so entsteht ein rechter Winkel zum Pâcî (vgl. Figur 7). Das Verfahren basiert auf dem rechtwinkligen Dreieck mit den Seiten 15, 36 und 39, welches dem primitiven pythagoreischen Tripel (5, 12, 13) entspricht. Das Knüpfen von Knoten in Schnüren zur Markierung von Längen usw. kann fast bei allen alten Kulturvölkern nachgewiesen werden.

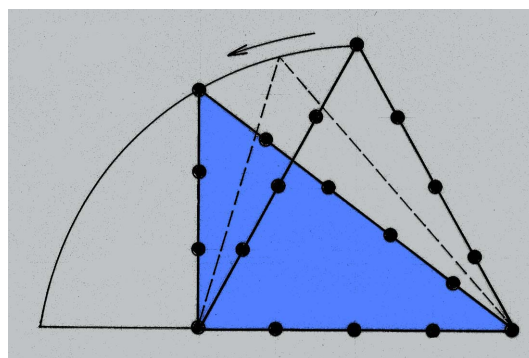


Figur 7: Indischer „Seiltrick“: Absteckung eines rechten Winkels mit dem Dreieck 15:36:39

So erwähnt M. Cantor [Ca, Band 1 S. 106] an anderer Stelle die ägyptischen Harpedonapten, welche in einen Seilring 12 Knoten geknüpft haben sollen und damit durch richtige Spannung das pythagoreische Dreieck mit der Seitenproportion 3:4:5 konstruierten.

Viele Generationen von Schamanen, Priestern und Wesiren hatten die Bewegungen der Sonne, des Mondes und der Sterne intensiv beobachtet, bis sie realisierten, dass einem Sonnenjahr ungefähr zwölf Wiederkehren des Vollmondes entsprechen. Die Aufteilung des Fixsternhimmels in zwölf Bereiche (Tierkreiszeichen) entspricht den zwölf Monaten und überzieht den Himmel mit einer Art von Koordinatensystem. Die Einteilung des Sonnenjahres in 12 Monate hat sich so gut bewährt, dass sie sich der Dezimalisierung widersetzen konnte. Das Einknüpfen von 12 Knoten in gleichen Abständen in einen Schnurring könnte so schon in uralten Zeiten als Abbild des Himmels – oder des Kalenders – symbolhaften Charakter gehabt haben.

Das Nachempfinden solcher menschlicher Betätigungen in der Prähistorie ist und bleibt stets spekulativ. In Bezug auf die Entdeckung des ägyptischen Dreiecks müsste nun damit spekuliert werden, dass der Schnurring mit seinen 12 Knoten schon in grauer Urzeit bekannt war und dass sich ein neugieriger Urgeometer daran machte, den Schnurring mit Pflöcken zu traktieren. Doch spielen wir dieses Pflöckspiel einmal selbst: Schlagen wir zwei Pflöcke im Abstand von vier Knotenzwischenräumen in den Boden und spannen die Schnur um diese zwei Pflöcke. Es bleiben 8 Zwischenräume übrig. Schlagen wir einen dritten Pflöck da ein, wo je 4 Zwischenräume die Distanz zu den beiden ersten Pflöcken bilden (vgl. Figur 8), so ist ein gleichseitiges Dreieck entstanden. Diese Figur ist so harmonisch und deshalb auch etwas langweilig, dass wir leicht auf die Idee kommen, einen Pflöck aus dem Boden zu ziehen. Wir gehen dabei so vorsichtig vor, dass die Schnur nicht abrutscht und wir führen den Pflöck der gespannten Schnur entlang, bis er den nächsten Knoten erreicht. So gewinnen wir er ein neues Dreieck; es hat die Seitenproportion 3:4:5, ist also ein ägyptisches (vgl. Figur 8). Wir bemerken übrigens, dass durch Weiterführen des Pflöcks entlang der gespannten Schnur ein Ellipsenbogen entsteht.

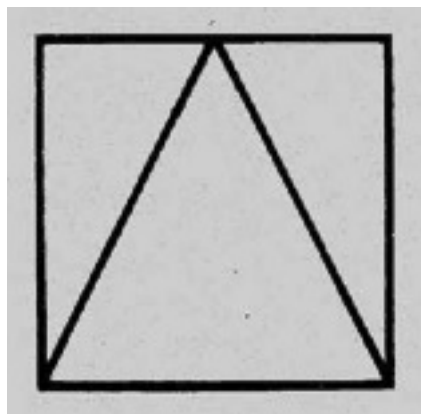


Figur 8: Gleichschenkliges Dreieck, ägyptisches Dreieck und Ellipsenbogen

Die Rezeption der griechischen Mathematik im mittelalterlichen Europa erfolgte vor allem über das maurische Spanien. Es ist bekannt, dass dort die Gelehrten der drei Buchreligionen (Judentum, Christentum, Islam) zusammen sassen und ihr Wissen und ihre Erfahrungen austauschten. Von da gelangte das mathematische Wissen zunächst in die Klöster, wo man in der Lage war, die griechischen, arabischen und römischen Originale zu lesen und zu verstehen. Das Masswerk des gotischen Baustils zeugt davon, dass dieses Wissen auch den Baumeistern der grossen Kathedralen zur Verfügung stand und dort seine praktische Anwendung fand. Mit der anschliessenden Analyse eines Steinmetzzeichens, welches allerdings aus dem 19. Jahrhundert stammt, möchten wir hier auch die gotische Architektur berücksichtigen.

Ein Steinmetzzeichen

Naredi-Rainer [Na, S. 228 und S. 231] weist auf Johann Knauth hin, nach welchem er das im Quadrat eingeschriebene gleichschenklige Dreieck mit einer Quadratseite als Basis und der gegenüberliegenden Seitenmitte als Spitze "Knauth'sches Dreieck" nennt (vgl. Figur 9).



Figur 9: Knauth'sches Dreieck (nach Knauth)

Schöpft man im Quadrat alle vier sich ergebenden Möglichkeiten aus, so erhält man die "Knauth'sche Figur", einen Achtstern mit ganz speziellen Eigenschaften (vgl. Kapitel 3, Figur 6). Die Knauth'sche Figur enthält übrigens ägyptische Dreiecke und zwar in vier verschiedenen Grössen! Es scheint, dass die Knauth'sche Figur ausser von den Harmonikern bisher praktisch nicht beachtet worden ist. Dabei eröffnet sie gerade im Zusammenhang mit pythagoreischen Zahlentripeln ungeahnte Möglichkeiten. In Kapitel 3 wird detailliert auf diese Figur und ihre Verallgemeinerung eingegangen.

Pythagoreische Dreiecke in der Architektur

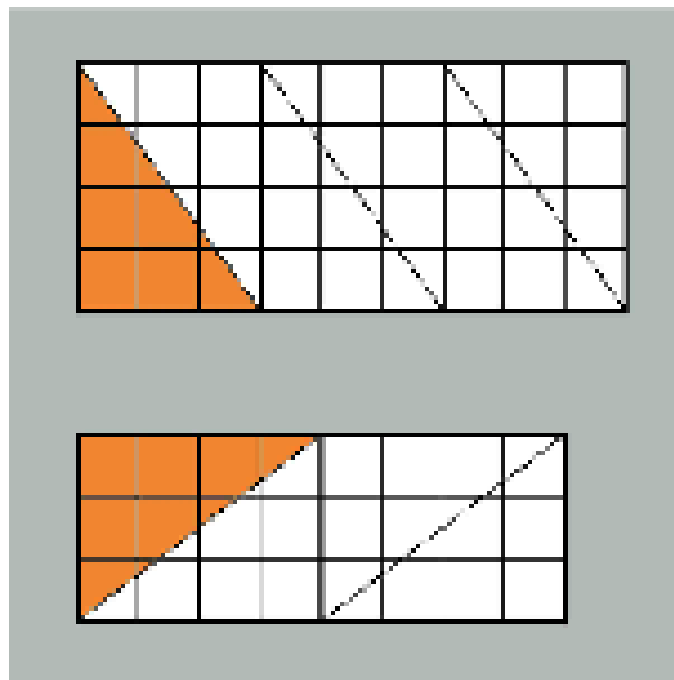
Die Anwendung pythagoreischer Dreiecke als Gestaltungselemente ist in der Architektur eher selten. Das wohl berühmteste Beispiel, die Pyramide des Chephren wurde bereits behandelt. Hingegen ist die Verwendung der pythagoreischen Dreiecke, insbesondere des ägyptischen Dreiecks als Werkzeug zur Konstruktion rechter Winkel wohl seit Urzeiten bekannt und hat sich bis heute gehalten. Jeder Maurer, Zimmermann und Metallbauer kennt die „Magie“ der drei Seiten bestimmter Länge und fast jeder hat dafür sein eigenes Rezept, den Verhältnissen

am Ort angepasst. Drei Latten in der Proportion 3:4:5 zusammengenagelt ist schneller als jede Instrumentenanwendung und – wenn man die unvermeidlichen Toleranzen am Bau berücksichtigt – absolut genügend betreffend Genauigkeit.

Dass aber auch die pythagoreischen Dreiecke selbst als Proportionsgrundlage dem architektonischen Entwurf gute Dienste leisten können, soll an einem Beispiel erläutert werden. Es ist zu einer Mode geworden, über architektonische Grundrisse und Schnitte Quadratgitter oder Proportionsgitter zu legen, um damit nachzuweisen, dass die Erbauer nach vorbestimmten Proportionen gebaut hätten. In vielen solchen Fällen mangelt es jedoch an Genauigkeit. Man erhält den Eindruck von Manipulation zur Bestätigung einer vorgefassten Meinung. Solche Ungenauigkeiten führten z.B. dazu, dass von etlichen Autoren die von Vitruv wiederholt vorgeschlagene Proportion 3:5 (kleine Kathete und Hypotenuse des ägyptischen Dreiecks) mit dem goldenen Schnitt in einen Topf geworfen wurde, obwohl die Hypotenuse bei Anwendung des goldenen Schnitts und bei gleich bleibender Kathete anstelle von 5 nur 4.854... betragen würde. Solche Ungenauigkeit ist nicht tolerierbar.

Wesentlich genauer nahmen es da die alten Griechen. Am Parthenon z.B. spielt das Verhältnis 4:9 eine zentrale Rolle ([Be], S. 74 ff.; vgl. Fig. 11 unten). Sowohl das Raster auf dem Stylobat⁶, als auch die Aufrisse der Front und der Längsseite sind bis auf wenige Zentimeter genau nach diesem Muster gebaut. Das Verhältnis 4:9 setzt sich hier zusammen aus drei Rechtecken mit der Seitenproportion 3:4 oder schliesslich aus sechs ägyptischen Dreiecken (vgl. Figur 10).

Figur 10 oben: Rasterschema für das Stylobat am Parthenon
unten: deres an Tempeln verwendetes Konstruktionsprinzip



⁶ Bei einem griechischen Tempel wird der rechteckige Grundriss der obersten Stufe des Stufenunterbaus *Stylobat* genannt.



Figur 11: Beim Parthenon basieren sowohl das Stylobat als auch die Westfront auf dem Quadratraster 4 x 9